NEWTON RAPHSON MODELİ İLE DOLAR/TL OPSİYONLARINDA VOLATİLİTE YÜZEY ÖLÇÜMLEMESİ

Dr.K.Evren BOLGÜN – Serhat Güven, Msc.

İş Yatırım Menkul Değerler A.Ş. | Risk Yönetimi Müdürlüğü

İş Kuleleri Kule-2 Kat:12 4.Levent İstanbul

ebolgun@isyatirim.com.tr | sguven@isyatirim.com.tr

1.Giriş

Küreselleşen finansal piyasalarda risk yönetimine verilmesi gereken önem gün geçtikçe artmaktadır. Bu nedenle risk analizi için gerek kalitatif ve gerekse de kantitatif teknikler son zamanlarda bir hayli geliştirilmiştir. Bu noktada, belirsizliğin analiz edilmesinden önce değişkenliğin ölçülmesi gerekmektedir. Belirsizlik ise, finansal piyasalarda söz konusu olan değişkenlerin volatiliteleri cinsinden ölçülmektedir. Faiz oranları, kurlar, enflasyon oranı, borsa endeksleri, işlem hacimleri, ücretler, üretim maliyeti gibi çeşitli değişkenlerin volatiliteleri, esasında ilgili parametrelerin beklenen değerlerinden ne kadar sapma gösterdiğinin bir ölçüsüdür. Ekonomide yaşanan hızlı değişimler özellikle volatilitenin artmasına neden olmaktadır. Gelecekteki süprizlere karşı korunmak için volatilitenin iyi tahmin (forecast) edilmesi çok önemlidir. Esasında yüksek volatilitenin özellikle riskten kaçınan (risk averse) bireysel ve kurumsal yatırımcıların finansal taleplerini olumsuz etkilediği de bilinen bir gerçektir. Bu sebeple finansal piyasalarda son yıllarda yaşanan volatilitenin olumlu ve olumsuz yanları detaylı biçimde araştırma konusu olmaktadır.

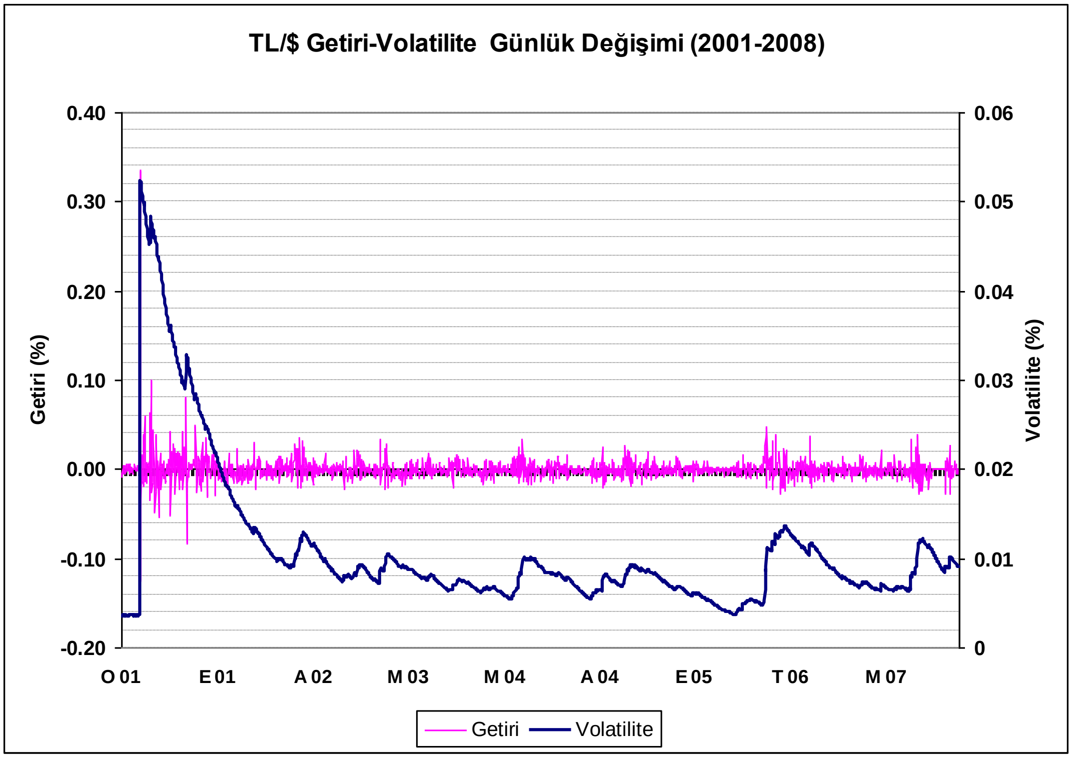
2.Tarihsel Volatile Kavramı

Ekonomi dünyasındaki değişkenlerin ileride nasıl davranacaklarını tahmin edebilmek için, bu değişkenleri açıklayan olasılık dağılımlarının iyi belirlenmesi gerekmektedir. Olasılık dağılımları yardımıyla, çok sayıda alternatif senaryolar oluşturmak için çeşitli simülasyon yöntemleri ve stokastik diferansiyel denklemler yardımıyla değişkenin beklenen değeri ve etrafındaki sapmalar (varyans) tahmin edilmektedir. Beklenen değer tahmini, bir regresyon eğrisi veya bir zaman serisi modeli ile yapılmaktadır. Ancak günümüzde ekonomik değişkenler için varyansın sabit olması varsayımı pek geçerli değildir. Varyansın zaman içinde değiştiğinin kabul edilmesi bir çok finansal tahminde daha az hatalı sonuçlara varılmasını sağlamaktadır. Dolayısıyla daha çok Arch-Garch olarak bilinen ve varyansın sabit kalmadığını kabul eden ekonometrik tahmin modelleri, 1982'den bu yana geliştirilmiş olup günümüzde özellikle finans sektörüne yönelik olarak uygulamalarda geniş bir şekilde kullanılmaktadır. ARCH ifadesi "Autoregressive Conditional Heteroscedasticity" açılımını temsil etmektedir. "Autoregressive" kelimesi ise, volatilitenin her zaman periyodu için önceki periyotlardaki volatiliteler cinsinden ifade edildiğini söylemektedir. "Conditional Heteroscedasticity" kısmı da, varyansın değiştiğini ifade etmektedir. Garch kavramı, esasında Arch yönteminin bir genelleştirilmiş şekli olarak "Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity" açılımını ifade etmektedir. Garch modeli, finansal pazarlarda finansal türev enstrümanların fiyatlandırılmasında yaygın bir şekilde kullanılmaktadır. Nitekim finansal türev fiyatlarının volatiliteleri bu tahminlere karşı çok duyarlıdır. Garch modelinin finansal pazarlardaki başarısı, modelin risk yönetiminde de yaygın kullanılmasının faydalı olacağı kanaatini uyandırmaktadır. Çünkü volatilite olgusu, risk yönetiminde temel bir kavramdır. Genellikle iş planlamaları, beklenen değerin tahmini üzerine kurulmuşsa da, risk yönetimi beklenen değerden sapmaları tespit etmek istemektedir. Garch modeli de, beklenen değerden sapmalar hakkında efektif bir tahmin yöntemidir.

TL/$ volatilitesinin geriye dönük bir şekilde 2001 kriz öncesi ve sonrasının analizinin yapıldığı aşağıdaki Tablo 1.'den anlaşılacağı gibi kriz dönemi sonrasındaki kayıp ve kazanç dağılımının genişlemesi volatilitenin de 3 mislinden fazla bir düzeyde yükselmesini beraberinde getirmiştir. Kriz dönemini içeren 2001-2008 periyodu içerisindeki ilk 3 yıl içerisinde standart sapma değerlerinde ciddi yükselişler oluşmuştur.

Tablo 1. TL/$ Tarihi Volatilitesi

	1998-2001	2001-2008
Ortalama Getiri	0.0016	0.0003
Standart Sapma	0.0034	0.0139
Varyans	0.0000	0.0002
Skewness	0.0573	8.4169
Kurtosis	3.2521	201.6900
Maksimum	0.023%	33.473%
Minimum	-0.015%	-12.564%



Grafik 1. Tarihsel TL/$ Getiri-Volatilite Değişimi

3.Gösterge Volatilite Kavramı (Implied Volatility)

Finansal matematikte gösterge volatilite herhangi bir opsiyonun piyasa fiyatının belli bir fiyatlama modeline göre ima ettiği volatilite seviyesi olarak tanımlanmaktadır. Gösterge volatilitenin hesaplanmasında fiyatlama modelinin rolünü, kullanılan parametreler kadar fiyatlama modelinin varsayımları da belirlemektedir.

Piyasada fiyatı oluşan bono ve tahvillerden bir getiri eğrisi çıkarabildiğimiz gibi, piyasada alınıp satılan opsiyonlardan bir sepet oluşturup farklı vade ve kullanım fiyatlarına denk gelen volatilite seviyelerini de tespit edilebiliriz. Stokastik modellerde, gerçekleşen ya da tarihsel volatilite ölçümü yapılırken, bu yöntemle gelecekteki bir vade için beklenen volatiliteye ulaşılabilmektedir. Fakat bu yöntem volatiliteyi tahmin etmeye yönelik istatistiki veya ekonometrik modellerden farklı olarak volatiliteye dair ileriki bir vade için şu anki beklentileri yansıtacaktır. Bunun için de bir sonraki bölümde detaylandırılacak olan Newton-Raphson metodu gösterge volatilite dönüşümlerinde yaygın olarak kullanılmaktadır.

Piyasada alınıp satılan opsiyonların fiyatına ek olarak hangi vade, kullanım fiyatı, faiz ve spot fiyat seviyesinde işlem gördüğü bilgisine sahip olunduktan sonra yapılması gereken, ilgili model yardımıyla vade, alım & satım opsiyonu delta değerleri, opsiyon kullanım değerleri gibi çeşitli parametreleri transformasyona tabi tutarak fiyatı bilinen bir opsiyonun hangi volatilite ile fiyatlandığını tespit etmek olmaktadır. Piyasada yaygın olarak bilinen "plain vanilla" yalın opsiyonların dışında çeşitli egzotik opsiyonlar da yer aldığından ve bu opsiyonların da birer volatilite göstergesi olarak kullanılması gerektiğinden dolayı; Black & Scholes modeli yanında egzotik opsiyonların fiyatlanmasında kullanılan çeşitli analitik model çözümleri de gösterge volatilitenin hesaplanmasında yardımcı olmaktadır.

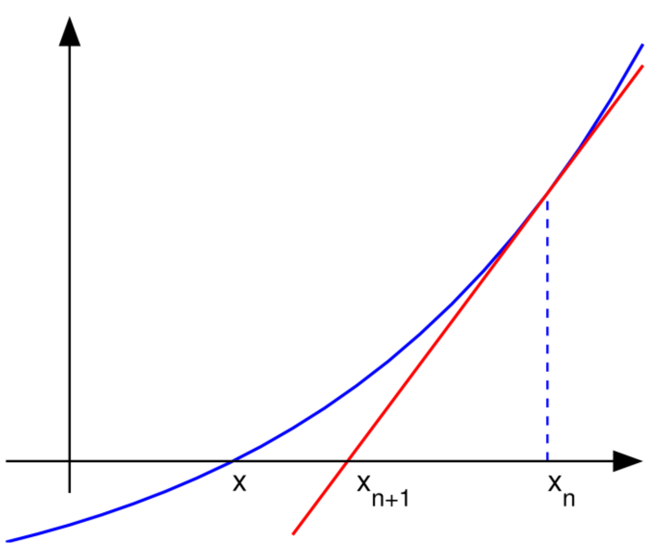
4. Newton Raphson Modeli

Newton-Raphson metodu gerçek değerler üreten fonksiyonların köklerini bulmak amacıyla kullanılan ve diğer nümerik metodlarla karşılaştırıldığında daha verimli olduğu söylenebilecek bir algoritmadır. Metod aynı zamanda bir fonsiyonun maksimum veya minimum değerini bulma amacıyla da kullanılabilmektedir. Dolayısıyla bir portföy için optimum risk-getiri sepetinin oluşturulmasında yatırımcılara yardımcı olabilir.

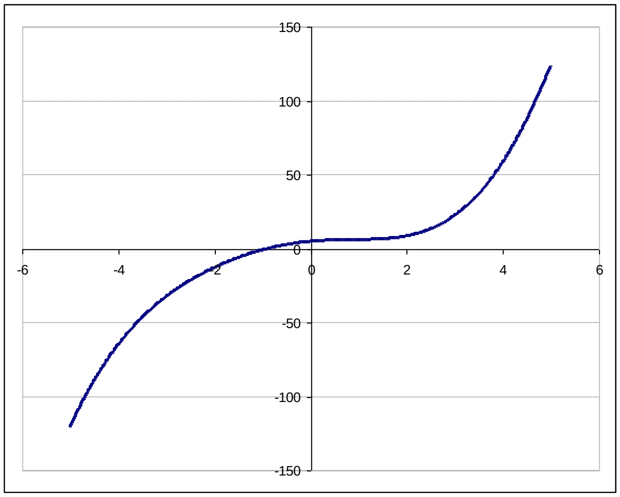
Metodun anafikri şu şekilde özetlenebilir: Gerçek köke yakın bir başlangıç değeri alınır ve fonksiyonun değeri ve birinci derece türevi bu başlangıç değerinden hesaplanır. Türev hesaplaması başlangıç noktası etrafında ε gibi küçük bir aralık belirlenerek bulunacak eğim şeklinde alınmalıdır. ε 'un mümkün olduğunca küçük bir değer olarak seçilmesi hesaplamanın doğruluk seviyesini arttıracaktır.

Başlangıç değerimize x_n olarak belirlersek bu noktadaki birinci türev de;

$f'(x_n) = \dfrac{f(x_n+\varepsilon) - f(x_n-\varepsilon)}{(x_n+\varepsilon)-(x_n-\varepsilon)} = \dfrac{f(x_n+\varepsilon) - f(x_n-\varepsilon)}{2\varepsilon}$ şeklinde hesaplanacaktır. Bir sonraki adımda hesaplayacağımız değer x_{n+1} de grafikten de anlaşılacağı gibi $x_{n+1} = x_n - \dfrac{f(x_n)}{f'(x_n)}$ şeklinde bulunur. Bu hesaplamanın tekrar edilerek yapılması fonksiyonun değerini sıfıra eşitleyecek olan x değerine yakınlaşmamızı sağlayacaktır.



Konuyu bir örnekle açıklamak gerekirse; elimizde $x^3 + 4\cos(x) = -3\sin(x)$ şeklinde bir eşitlik olsun. Bu bu eşitliği sağlayan x değerini Newton-Raphon metodu ile bulmaya çalışalım.



Yukarıdaki grafikte $f(x) = x^3 + 4\cos(x) + 3\sin(x)$ fonsiyonunun [-5, 5] aralığında alacağı değerler gösterilmektedir. Denklemin çözümü $f(x)$ fonsiyonunu 0 yapan x değer olacağından grafikte de görüldüğü üzere bu değer 0 ile -2 arasında kalmaktadır. Bu aralığın dışındaki değerler için fonsiyon monotonik artan/azalan özellik gösterdiği için ikinci bir kök aramayacağız.

Başlangıç noktamızı fonksiyon grafiğini görmediğimizi varsayarak 100 olarak belirler ve Newton-Raphson algoritmasını uygularsak aşağıdaki tablodaki sonuçlarıyla karşılaşabiliriz.

n	xn	f(xn)	f'(xn)
0	100.00	1,000,002	30,004.61
1	66.67	296,359	13,335.63
2	44.45	87,821	5,927.93
3	29.63	26,020	2,637.77
4	19.77	7,731	1,171.14
5	13.17	2,288	520.39
6	8.77	673	225.97
7	5.79	196	105.14
8	3.92	55	46.88
9	2.74	18	18.21
10	1.75	8	4.70
11	0.13	4	2.49
12	-1.62	-7	11.71
13	-0.98	-1	7.90
14	-0.83	0	7.03
15	-0.82	0	6.98
16	-0.82	0	6.98
17	-0.82	0	6.98

100 değeri ile başladığımız tekrar sürecini 17 adım sonra -0.81772 ile tamamlıyoruz. $f(x_n)$ fonksiyonunun değerinin 0'a bu kadar çabuk yaklaşması optimizasyon süresinin ve hesaplama yükünün azlığına işaret etmektedir. Methodun yakınsaması ikinci dereceden olduğu için hata oranı her adımda karesi ile doğru orantılı olarak küçülür.

Başlangıç noktası, fonksiyona göre değişmekle birlikte büyük önem arz etmekte, zira bazı durumlarda herhangi bir yakınsama gerçekleşememektedir. Böyle bir duruma verilebilecek bir örnek $f(x) = x^3 - 2x + 2$ fonsiyonu için başlangıç değeri olarak $x_0 = 0$ seçilmesidir. Bu noktada fonksiyon ve birinci türevi sırasıyla 2 ve -2 değerlerini alacak, dolayısıyla da ilk adımda hesaplayacağımız $x_1 = 1$ için, $f(x_1) = 1$ ve $f'(x_1) = 1$; bunlardan hesaplanacak x_2 değeri ise, tekrar başlangıç değeri olan 0'a dönecek ve bu da tekrarlama sürecinin herhangi bir noktaya yakınsayamamasına neden olacaktır. Bu sebeple başlangıç değerini belirledikten sonra her adımda bulunan değerler bir dizi değişkenine aktarılıp bu değerlerin kendilerini tekrarlayıp tekrarlamadıklarının kontrol edilmesi ve eğer herhangi bir adımda tekrar varsa yeni bir başlangıç noktası ile sürece farklı bir başlangıç noktası ile yeniden başlanmasını gerektirebilir.

5. Newton Raphson Modeli ile TL/$ Opsiyonlarında Volatilite Dönüşümü

Gösterge volatilitenin piyasa kotasyonları Bloomberg ve Reuters ekranlarında bulunmaktadır. Burada kotasyonlar risk korunak "risk-reversal" ve kelebek "butterfly" stratejilerindeki spreadler ve başabaş "at-the-money" (ATM) opsiyonlardaki volatilite olarak girilmektedir. Volatilite yüzeyine ulaşmak için buradaki spreadlerden ilgili delta karşılığındaki volatiliteyi hesaplamamız gerekecektir. Örnek olarak seçtiğimiz TL/$ volatilitesi için girilen örnek kotasyonlarına dayanarak gösterge volatilite hesaplamadan önce risk korunak "risk-reversal" ve kelebek "butterfly" stratejilerini biraz incelemekte fayda görüyoruz.

Risk korunak (risk-reversal) stratejisi, bir call opsiyon satıp bir put opsiyon alarak oluşturulmaktadır. Sözleşmeye konu varlığın fiyatındaki bir düşüş riskini koruma (hedge) amaçlı alınabilecek bir stratejidir. Risk korunağın sıfırdan büyük olması, alım (call) opsiyon volatilitesinin satım (put) opsiyon volatilitesinden fazla olduğunu ve piyasa katılımcılarının çoğunluk beklentisinin fiyat artışına yönelik bir beklentiye sahip olduğu anlamına gelmektedir. Buna göre 25-delta risk korunak işlemi için girilen kotasyon aslında 25-delta alım (call) opsiyonun volatilitesi ile 25-delta satım (put) opsiyonun volatilitesi arasındaki farkı göstermektedir.

Kelebek (butterfly) spread ise, aslında ayı spreadi "bear spread" ve boğa spreadi "bull spread" stratejilerinin birleşimidir. Birbirinden farklı 3 kullanım (strike) fiyatı üzerine 4 alım (call) veya 4 satım (put) opsiyondan ikisinin alınıp ikisinin satılması işlemidir. Örneğin kullanım fiyatları X-a, X ve X+a şeklinde belirlenip kullanım fiyatı X+a ve X-a olan opsiyonların alınması ve X olanların satılması uzun kelebek (long butterfly) spread stratejisini oluşturur. Volatilite artışının beklenmediği durumda kelebek stratejisinde uzun pozisyon alınabilir. Pozisyon riski ve getirisi sınırlıdır olup, tek başına opsiyonun vadesine kalan sürenin azalması uzun kelebek pozisyonunun lehinedir.

Bu iki strateji ve başabaş (ATM) opsiyonların volatilitesi bilinerek aşağıdaki iki bilinmeyenli iki denklemin çözümü yoluyla ilgili deltalara denk gelen opsiyonların volatilitesini verecektir. Aşağıdaki Tablo 2'de 1 aylık TL/$ vadesi için Bloomberg'den elde edilen volatilite kotasyonları örnek olarak verilmektedir.

Tablo 2: TL/$ 1 Aylık Volatilite Kotasyonları

	Alış	Satış
USDTRY 1 aylık ATM Volatilite	16	16.5
1 aylık 10 delta risk-reversal spread	4.8	5.125
1 aylık 25 delta risk-reversal spread	3	3.2
1 aylık 25 delta buterfly spread	0.3	0.55
1 aylık 10 delta buterfly spread	0.7625	1.6625

25-delta call volatility = ATM vol. + 25 delta Butterfly vol. + Risk-Reversal vol./2

25-delta put volatility = ATM vol. + 25 delta Butterfly vol. - Risk-Reversal vol./2

Yukarıdaki denklemlerdeki kelebek ve risk korunak spreadlerini kullanarak 25-delta call ve 25-delta put opsiyonları için gösterge volatilitesini çıkarabiliriz. Daha sonra da bulduğumuz volatilite ile 0.25 delta riski oluşturan kullanım seviyesini tespit etmek için de Newton-Raphson metodunu uygulayacağız.

Tablo-3'de ilgili delta seviyelerindeki gerekli volatiliteler hesaplanmıştır.

Tablo 3: 1 Aylık TL/$ Volatilitesinin 10 ve 25 Delta Karşılıkları

	Alış	Satış
25 delta call	18.63	20.40
25 delta put	15.88	16.40
10 delta call	19.90	23.00
10 delta put	15.44	16.60

Bu noktadan sonra yapmamız gereken 25 delta ve 18.63% volatilite seviyesinde bir opsiyon oluşturmak için opsiyon kullanım fiyatının ne olması gerektiğinin bulunmasıdır. Bunun için de Black&Scholes fiyatlama modeli ile Newton-Raphson metodunu kullanarak ilgili opsiyon kullanım fiyatına ulaşacağız. Aşağıdaki tabloda verilen spot, vade, delta ve volatilite seviyeleri için ilgili opsiyon kullanım değerleri çıkarılmıştır.

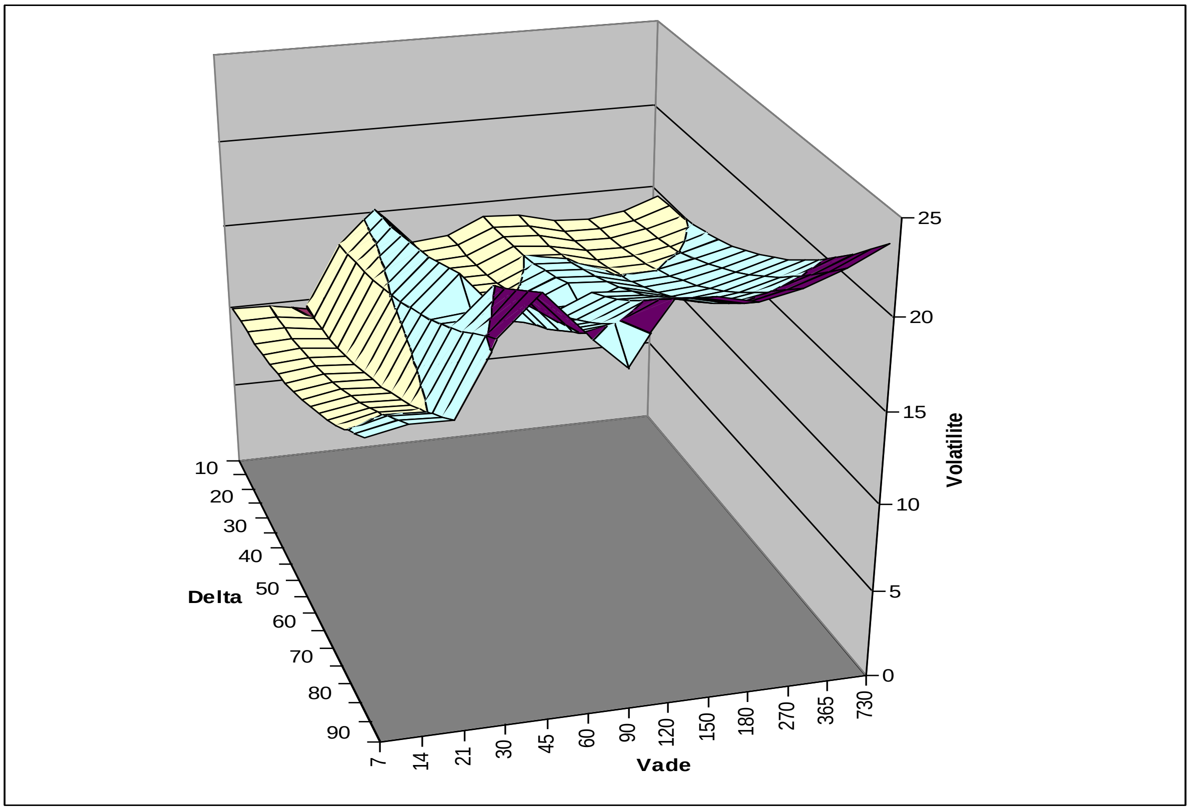
Tablo 4(a): Değişik Delta ve Vade Düzeyindeki TL/$ Gösterge Volatilitesi

	Delta																
Vade	**10**	**15**	**20**	**25**	**30**	**35**	**40**	**45**	**50**	**55**	**60**	**65**	**70**	**75**	**80**	**85**	**90**
7	10.27	10.32	10.39	10.50	10.66	10.87	11.14	11.45	11.80	12.20	12.64	13.12	13.66	14.25	14.89	15.57	16.27
14	10.22	10.33	10.46	10.62	10.83	11.09	11.39	11.74	12.13	12.55	13.02	13.52	14.08	14.68	15.33	16.02	16.72
21	9.86	10.01	10.17	10.37	10.61	10.90	11.23	11.59	12.00	12.44	12.92	13.44	14.00	14.61	15.26	15.94	16.64
30	13.59	13.76	13.95	14.16	14.42	14.73	15.07	15.46	15.88	16.33	16.82	17.35	17.92	18.54	19.20	19.88	20.59
45	15.55	15.72	15.91	16.12	16.39	16.69	17.04	17.43	17.85	18.31	17.04	17.43	19.92	20.55	21.21	21.91	22.63
60	13.34	13.49	13.64	13.84	14.08	14.37	14.70	15.08	15.50	15.96	16.45	16.99	17.58	18.21	18.89	19.61	20.34
90	13.56	13.65	13.76	13.91	14.12	14.39	14.71	15.08	15.50	15.97	16.48	17.04	17.66	18.34	19.07	19.84	18.34
120	14.51	14.58	14.67	14.80	15.00	15.26	15.57	15.94	16.37	15.94	17.36	17.94	18.58	19.28	20.03	20.84	21.66
150	14.37	14.44	14.53	14.66	14.86	15.12	15.44	15.81	16.23	16.71	17.23	17.81	18.45	19.15	19.92	20.72	21.55
180	13.83	13.91	14.01	14.15	14.35	14.62	14.94	15.32	15.75	16.23	16.75	17.34	17.97	18.68	19.44	20.24	21.07
270	13.74	13.84	13.96	14.13	14.36	14.65	15.00	15.41	15.88	16.39	16.95	17.57	18.26	19.00	19.81	20.66	21.54
365	14.08	14.19	14.33	14.51	14.76	15.08	15.45	15.89	16.38	16.92	17.51	18.17	18.88	19.66	20.51	21.40	22.32
730	14.78	14.85	14.95	15.10	15.33	15.63	16.00	16.45	16.95	17.52	18.14	18.84	19.61	20.45	21.37	22.34	23.34

Tablo 4(b): İlgili Volatilite Seviyelerine Uygun Opsiyon Kullanım Seviyeleri

	Delta																
Vade	**0.1**	**0.15**	**0.2**	**0.25**	**0.3**	**0.35**	**0.4**	**0.45**	**0.5**	**0.55**	**0.6**	**0.65**	**0.7**	**0.75**	**0.8**	**0.85**	**0.9**
7	1.1613	1.1653	1.1685	1.1712	1.1736	1.1759	1.1781	1.1804	1.1827	1.1852	1.1880	1.1911	1.1946	1.1986	1.2035	1.2096	1.2175
14	1.1554	1.1608	1.1652	1.1689	1.1723	1.1756	1.1788	1.1821	1.1854	1.1891	1.1932	1.1977	1.2028	1.2088	1.2160	1.2249	1.2366
21	1.1526	1.1589	1.1640	1.1684	1.1724	1.1763	1.1802	1.1842	1.1881	1.1926	1.1976	1.2031	1.2094	1.2168	1.2256	1.2366	1.2510
30	1.1340	1.1444	1.1527	1.1600	1.1667	1.1731	1.1794	1.1859	1.1920	1.1991	1.2069	1.2154	1.2250	1.2361	1.2492	1.2654	1.2867
45	1.1177	1.1321	1.1438	1.1540	1.1634	1.1723	1.1812	1.1902	1.1984	1.2083	1.2166	1.2271	1.2439	1.2591	1.2772	1.2994	1.3287
60	1.1236	1.1380	1.1497	1.1598	1.1692	1.1781	1.1869	1.1960	1.2038	1.2139	1.2248	1.2369	1.2506	1.2665	1.2855	1.3091	1.3403
90	1.1162	1.1344	1.1491	1.1618	1.1735	1.1846	1.1956	1.2068	1.2157	1.2282	1.2418	1.2570	1.2743	1.2946	1.3190	1.3495	1.3685
120	1.1057	1.1282	1.1464	1.1622	1.1767	1.1905	1.2041	1.2181	1.2279	1.2421	1.2603	1.2791	1.3007	1.3259	1.3563	1.3945	1.4457
150	1.1046	1.1295	1.1497	1.1674	1.1835	1.1989	1.2143	1.2300	1.2398	1.2572	1.2763	1.2976	1.3220	1.3506	1.3853	1.4290	1.4876
180	1.1087	1.1350	1.1564	1.1751	1.1923	1.2088	1.2253	1.2422	1.2513	1.2701	1.2908	1.3139	1.3404	1.3717	1.4096	1.4575	1.5220
270	1.1136	1.1458	1.1722	1.1955	1.2170	1.2379	1.2588	1.2806	1.2872	1.3115	1.3384	1.3687	1.4038	1.4453	1.4962	1.5609	1.6490
365	1.1192	1.1580	1.1900	1.2184	1.2449	1.2708	1.2970	1.3244	1.3258	1.3564	1.3904	1.4289	1.4736	1.5269	1.5926	1.6768	1.7926
730	1.1720	1.2347	1.2873	1.3346	1.3795	1.4241	1.4700	1.5191	1.4767	1.5298	1.5890	1.6568	1.7367	1.8337	1.9557	2.1159	2.3426

Aşağıdaki grafikte TL/$ için hesaplanan volatilite yüzeyini görmekteyiz. Elimizdeki bu farklı vade ve delta seviyelerindeki volatilitelerden Newton-Raphson transformasyonu ile ihtiyaç duyduğumuz opsiyon kullanım fiyatlarını bulduktan sonra vadesi ve kullanım fiyatı belli bir opsiyonun fiyatlamasında hangi volatilitenin kullanılması gerektiği de rahatlılıkla hesaplanabilmektedir.



Grafik 2. TL/$ Volatilite Yüzeyi

6.Sonuç

Finans yazınında önemli bir yere sahip olan volatilitenin modellemesinde kullanılan modeller sonuç olarak 6 grupta incelenmektedir. (Brooks,2002):

- Tarihi volatilite modelleri (historical volatility),
- Gösterge volatilite modelleri (implied volatility),
- Üssel olarak ağırlıklandırılmış hareketli ortalama modelleri (Ewma),
- Otoregresif (AR) ve hareketli ortalama (MA) modelleri (ARMA modelleri),
- Otoregresif koşullu değişen varyans modelleri (Garch),
- Stokastik volatilite modelleri.

İktisadi modellerde, iktisadi değişkenlerin düzeydeki değeri veya değişiminin birinci momenti (ortalaması) modellenir ve öngörü gerçekleştirilir. Zaman serisi analizi yaklaşımında ise, finansal değişkenlere ait yüksek frekanslı verilerin ikinci momentinin analizine imkan verilmektedir. İkinci momentin modellenmesi, ARCH modellerinin koşulsuz dağılımdaki aşırı basıklığı belirlemede yeterli olduğuna dair sağlam ampirik kanıtlar ortaya koyulmaktadır.(Nerlove1988). Arch model ailesi ilk kez Engle (1982) tarafından ortaya konulmuş, daha sonra Bollerslev(1986) tarafından Garch modeline genelleştirilmiştir. Daha sonraki dönemde, birinci ve daha yüksek momentlerdeki doğrusal ve doğrusal olmayan bağımlılıkların modellenmesi için GJR-GARCH, IGARCH, GARCH-M ve EGARCH gibi versiyonları geliştirilmiştir. Garch modellerinin, finansal değişkenlerin getiri serilerinin olasılık dağılımlarının farklı özelliklerini dikkate alan bir öngörü yöntemine duyulan ihtiyaca cevap vermesi bu modellerin akademik çalışmalarda yoğun olarak kullanılmasını da beraberinde getirmiştir. Garch modellerinin akademik çalışmalarda kullanımına yönelik yazın taraması olarak Bollerslev, Chou ve Kroner(1992), Bera ve Higgins(1993) ile Bollerslev, Engle ve Nelson(1994) araştırmalarından yararlanılabilir.

Tüm bu gelişmeler finansal değişkenlerin modellenmesinde ileriye doğru atılmış çok önemli bir adım olmakla birlikte, ARCH modellerinin kullanılması, zaman serilerindeki doğrusal olmayan durumları yakalama yeteneği konusunda hala bir takım şüpheler bulunmaktadır. Zaman serilerinin modellenmesinde Garch yöntemine alternatif bir yöntem de Hull-White(1987) ve Taylor(1993) tarafından geliştirilen Stokastik Varyans (SV) modelleridir. Garch ve SV modelleri, koşullu varyans denklemine gözlemlenmemiş stokastik bir bileşen eklenmek suretiyle birleştirilebilmektedir. Örneğin, Hsieh(1988) Garch modelindeki değişen ortalama ve varyansın döviz kurlarındaki leptokurtosisi tam anlamıyla dikkate almakta yetersiz kaldığını, zamana göre değişen parametrelere sahip SV-Garch modelinin verilerdeki doğrusal olmayan özellikleri açıklayabildiği sonucuna ulaşmıştır.(Hsieh1991). Andersen(1996), Dağılım Karışımı Hipotezini, (Mixture of Distribution Hypothesis) geliştirerek bir stokastik volatilite süreci ile Garch yöntemini birleştirerek bir model oluşturmuştur. Oluşturduğu modelin finansal getirilerde gözlemlenen volatilite kümelenmesinin ardındaki iktisadi faktörlerin analiz edilmesinde yararlı olduğunu ifade etmektedir.

Yapılan hesaplamalar sonucunda TL/$ kuru için 1 aylık vade diliminde %10 düzeyinde bir gösterge volatiliteden bahsediliyorsa, bunun anlamı TL/$ kurunun önümüzdeki 1 ay içerisinde %10 yükseliş yada düşüş aralığında kalma olasılığı ifade edilmektedir. Geçmiş fiyat hareketlerine bakılarak hesaplanan volatilite ise, "Tarihsel Volatilite" olarak ifade edilmektedir. Ancak opsiyon piyasalarında uygulamada tarihsel volatilite yerine yatırımcıların gelecekteki beklentilerini fiyatlamalara yansıttıkları "Gösterge Volatilite" (Implied Volatility) değerleri dikkate alınmaktadır. Tarihsel volatilite opsiyon priminin 1 TL olacağını ifade etmekte ise, şayet önümüzdeki dönemde volatilitenin yükseleceği beklentisi hakim olup, bu beklenti opsiyon fiyatlarına yansıyacağından ilgili fiyat beklentisini ima eden gösterge volatilite seviyesi çok daha gerçekçi durumu yansıtmaktadır. TL/$ gösterge volatilitesinin Newton Raphson modeli kullanılarak gerekli dönüştürmenin yapılması suretiyle volatilite yüzey uygulaması gerçekleştirilmiştir. Döviz kurunda görülen durgunluk dönemleri içerisinde aynı vade için gösterge volatilite, tarihsel volatilitenin gerisinde kalırken, tersi olduğu durumlarda gösterge volatilite de tarihsel volatilite seviyeleri aşan önemli ölçüde yükselişler yaşandığı görülmektedir.

Tablo 5: Tarihsel Volatilite ve Gösterge Volatilite Karşılaştırması

	Tarihsel	Piyasa
1 Hafta	2.3%	1.6%
2 Hafta	3.3%	2.4%
1 Ay	4.7%	4.6%
2 Ay	6.7%	6.3%
3 Ay	8.2%	7.7%
6 Ay	11.6%	11.1%
1 Yıl	16.4%	16.4%

Yukarıdaki tabloda EWMA metodu ile hesaplanan tarihsel volatilite ile aynı tarihli gösterge volatilite değerleri karşılaştırılmaktadır. Hesaplanan tarihsel volatilitenin gösterge volatiliteden düşük çıkması, kısa vadede piyasa beklentisinin volatilite de düşüş yönünde olduğunu göstermektedir.

Kaynaklar:

1. Andersen Torben G., Bollerslev Tim, Diebold Francis X., Labys Paul.(2001); Modelling and Forecasting Realized Volatility, Financial Institutions Center, The Wharton Schools, University of Pennsylvania
2. Andersen Torben, Bollerslev Tim, Diebold Freurs.(2002); Parametric & Non Parametric Volatility Measurement, Wharton Financial Institution, s.10-30
3. Aysoy Cem, Balaban Ercan, İzgi Çiğdem, Özcan Cevriye.(1996); Daily Volatility In the Turkish Foreign Exchange Markets, TCMB Research Department, Discussion Paper, No.9625
4. Black F., Scholes M. (1973); The Pricing of Options & Corporate Liabilities; The Journal of Political Economy, 7-54
5. Bolgün K.Evren, B.Akçay "Risk Yönetimi: CD-Rom Uygulamalı, Türkiye Perspektifinden Stratejik Bir Bakış-Kredi ve Operasyonel Risk ile Genişletilmiş 2.Baskı,Scala Yayıncılık, İstanbul, 2005
6. Endre Süli and David Mayers, An Introduction to Numerical Analysis, Cambridge University Press, 2003.
7. Engle Robert, Patton Andrew.(2000); What good is a Volatility? , Quantative Finance, s.237-245
8. Farber Andre.(2003); Options and Speculative Markets, Introduction to Option Pricing, University of Brussels, slyt.2-38
9. J. M. Ortega, W. C. Rheinboldt, Iterative Solution of Nonlinear Equations in Several Variables. Classics in Applied Mathematics, SIAM, 2000.
10. John Cox, Mark Rubinstein (1985); Options markets. Prentice-Hall
11. Korn Ralf.(2004); Introduction to Options, Their Use And Their Valuation
12. P. Deuflhard, Newton Methods for Nonlinear Problems. Affine Invariance and Adaptive Algorithms. Springer Series in Computational Mathematics, Vol. 35. Springer, Berlin, 2004.
13. Tjalling J. Ypma, Historical development of the Newton-Raphson method, SIAM Review 37 (4), 531–551, 1995.
14. Wilmott Paul, Dewynne J., Howison S. (1994); Option Pricing, Mathematical models and computation. Oxford Financial Pres
15. http://en.wikipedia.org/wiki/Newton's_method
16. http://www.shodor.org/unchem/math/newton/